

Matemática e suas Tecnologias

Olá, estudante!

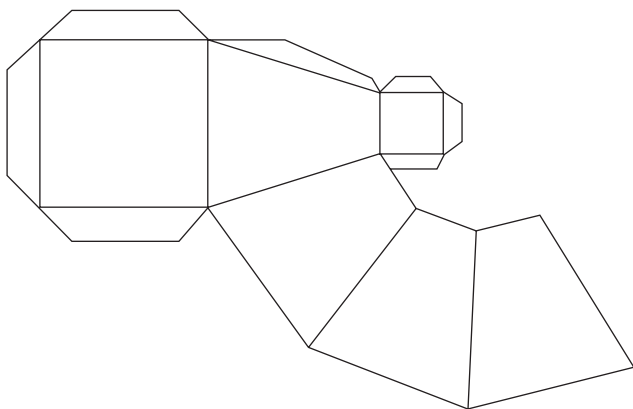
Neste fascículo, estudaremos mais uma vez a área de Matemática, reconhecendo os assuntos que têm maior incidência no exame ao longo da última década de aplicação. Como o ENEM foca muito mais em conteúdos que tenham relação com o cotidiano do aluno, alguns assuntos vistos em sala de aula têm presença maior, a exemplo de Escala, razão e proporção, que aparece em 13% das questões. Outro assunto bem recorrente é o de Funções, englobando todos os seus tipos (de 1º grau, 2º grau, exponencial etc.), com 9%.

No próximo fascículo, estudaremos a área de Ciências da Natureza.

Bons estudos!

Questão 1

Uma pessoa resolveu presentear um amigo com um pane-
tone de frutas caseiro, feito artesanalmente por ela mesma, in-
cluindo a embalagem. Ela foi a uma papelaria, comprou papelão
colorido e o recortou conforme mostra a figura.



O sólido geométrico correspondente ao formato da embalagem
montada, depois da colagem, é um(a)

- a) cone.
- b) prisma.
- c) pirâmide.
- d) tronco de cone.
- e) tronco de pirâmide.

Questão 2

A figura 1 representa um frasco de perfume que possui a for-
ma de um cilindro circular reto com 1,5 cm de altura e 10 cm
de diâmetro da base, estando ele parcialmente preenchido com
perfume. Com o frasco na posição vertical, o nível do líquido
atinge 7,5 cm de altura, como mostra a figura 2.



Figura 1

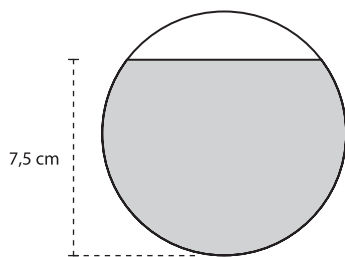


Figura 2

Utilize 1,7 e 3 como aproximações para $\sqrt{3}$ e π , respectivamen-
te. A altura do nível do líquido com o frasco na horizontal, apoia-
do sobre sua base circular, é mais próxima de

- a) 0,75 cm.
- b) 0,81 cm.
- c) 1,12 cm.
- d) 1,21 cm.
- e) 1,46 cm.

Questão 3

A figura 1 representa a logomarca de uma construtora e é
constituída por dois hexágonos idênticos e justapostos a um re-
tângulo central. A logomarca foi construída a partir de três hexá-
gonos regulares, como exibido na figura 2.

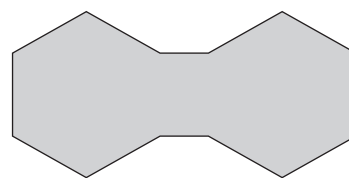


Figura 1

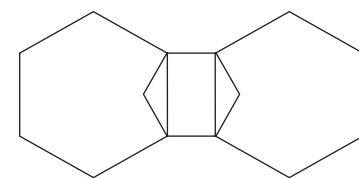


Figura 2

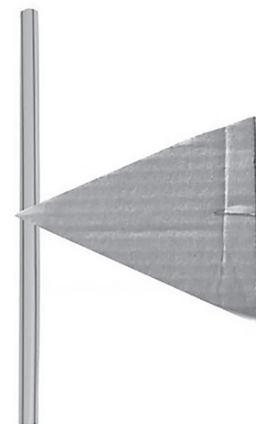
Considere L como a medida do lado do hexágono central na
figura 2.

A área da logomarca é expressa, em função de L, por:

- a) $7L^2\sqrt{3}$
- b) $10L^2\sqrt{3}$
- c) $13L^2\sqrt{3}$
- d) $19L^2\sqrt{3}$
- e) $25L^2\sqrt{3}$

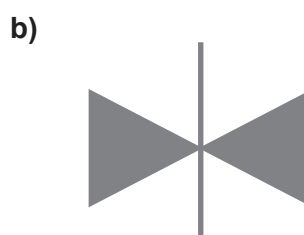
Questão 4

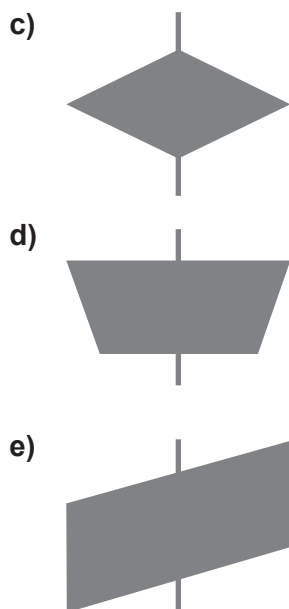
Durante uma aula, a professora de Arte solicitou que os alu-
nos recortassem um triângulo isósceles em uma folha de pa-
pelão e fixassem, em um dos vértices, uma haste de plástico,
de modo que ela ficasse paralela ao lado do triângulo oposto a
esse vértice, conforme figura a seguir.



Concluída a fabricação dos objetos, a professora apagou as lu-
zes e posicionou uma lanterna apontada para a parede. Os alu-
nos, um de cada vez, deveriam segurar verticalmente as hastes
do objeto produzido, alocando-o entre a lanterna e a parede.
Após isso, cada aluno deveria girar a haste, o mais rápido pos-
sível, em torno do próprio eixo, sem deslocá-la, para analisar a
sombra projetada na parede pelo objeto produzido.

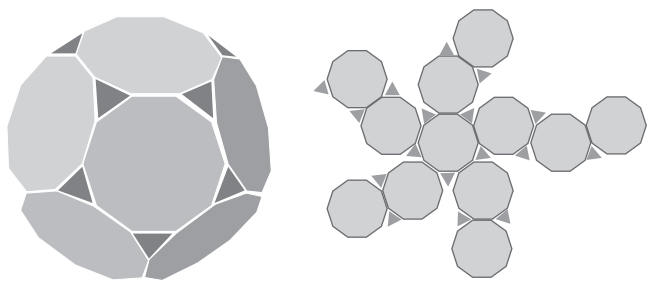
Das imagens a seguir, a única que representa a projeção vista
pelos alunos, conforme as condições apresentadas no texto, é:





Questão 5

O dodecaedro truncado é um sólido de Arquimedes, conhecido também por ser um poliedro semirregular. É composto por 12 faces decagonais e 20 faces triangulares, sendo todas regulares. O sólido e sua planificação estão representados a seguir.

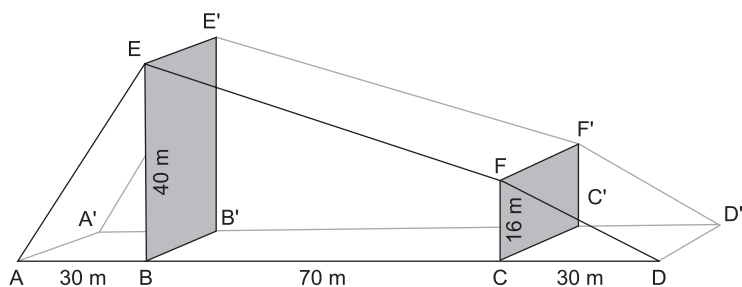


A soma das medidas dos ângulos internos das faces de um dodecaedro truncado é

- a) 10.440°.
- b) 15.840°.
- c) 17.280°.
- d) 20.880°.
- e) 53.280°.

Questão 6

A imagem a seguir é uma representação de uma ponte, e o retângulo formado pelos pontos A, A', D e D' compõe o leito dessa ponte. Os retângulos formados pelos pontos B, B', E, E' e C, C', F, F' representam vigas de sustentação, cujas alturas são, respectivamente, 40 metros e 16 metros, sendo perpendiculares ao leito da ponte. Os segmentos AB, BC e CD medem, em metros, respectivamente 30, 70 e 30, conforme a imagem a seguir.



A soma dos comprimentos dos cabos representados pelos seg-

mentos AE, EF, FD, A'E', E'F' e F'D' é, em metros, igual a

- a) 148.
- b) 158.
- c) 174.
- d) 316.
- e) 348.

Questão 7

Uma loja está ofertando a seguinte promoção para um produto recém-lançado, cujo preço unitário é R\$ 80,00.

A partir da segunda unidade comprada, será concedido um desconto de 1% por unidade sobre o valor total da compra.
Limite máximo de vinte unidades por compra.

O valor a ser pago comprando-se o máximo de unidades permitidas na promoção é

- a) R\$ 1.280,00.
- b) R\$ 1.296,00.
- c) R\$ 1.311,20.
- d) R\$ 1.584,00.
- e) R\$ 1.584,80.

Questão 8

Uma pessoa aplicou o valor de R\$ 30 000,00 em um banco. O investimento rende 0,8% ao mês em regime de juro composto, havendo uma taxa de manutenção mensal de R\$ 37,50 cobrada, sem juro, em sua totalidade no momento do resgate. O montante será resgatado dentro de dois anos.

Considere 1,1 como aproximação para $1,008^{12}$.

O valor, em real, a ser retirado por essa pessoa é igual a

- a) 32.100.
- b) 34.860.
- c) 35.400.
- d) 35.760.
- e) 36.300.

Questão 9

Uma instituição de ensino deverá comprar kits de régua e compasso para distribuir entre seus alunos. A empresa que vende os kits oferece dois tipos de pacotes: o pacote A, que possui 40 kits e custa R\$ 560,00, e o pacote B, que possui 70 kits e custa R\$ 800,00. A instituição precisa adquirir pelo menos 240 kits.

O menor custo possível, em real, para essa compra é

- a) 3.360.
- b) 3.280.
- c) 3.200.
- d) 2.960.
- e) 2.740.

Questão 10

A bateria de certo celular descarrega, em modo de descanso, 1% a cada 10 minutos. Ao sair de casa, uma pessoa percebeu que a bateria do seu celular estava com 4% da capacidade e e

que, devido à correria do trabalho e dos estudos, só conseguiria carregar o celular por 20 minutos a cada início de hora, recarregando 10% da carga total da bateria em cada uma dessas vezes.

Considerando que o celular foi mantido em modo de descanso, se essa pessoa saiu de casa às 7 horas da manhã, em que horário o celular dela estará com a bateria 100% carregada?

- a) 23h00min
- b) 22h12min
- c) 17h40min
- d) 12h20min
- e) 10h12min

Questão 11

Um DJ está criando *playlists* com várias músicas mixadas em seu computador. Ele precisa converter 90 arquivos de áudio para o formato MP3, e o programa que utiliza para realizar esse processo leva 12 segundos para converter cada arquivo.

O tempo necessário para que o programa converta todos os arquivos de áudio é

- a) 3 minutos.
- b) 18 minutos.
- c) 30 minutos.
- d) 1,8 hora.
- e) 3 horas.

Questão 12

O gerente de determinada loja de jogos eletrônicos resolveu fazer um levantamento das visitas dos clientes e suas respectivas idades durante um dia em que estava sendo realizada uma promoção. O objetivo era a análise do principal público-alvo desses produtos.

Idade (em anos)	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Número de clientes	1	4	6	5	2	3	0	1	1

Considerando os dados relativos às idades dos clientes, é correto afirmar que

- a) moda < média = mediana.
- b) moda = mediana < média.
- c) moda = média > mediana.
- d) moda < mediana < média.
- e) moda < média < mediana.

Questão 13

Como funciona o prazo de validade dos alimentos

Os prazos de validade são determinados com certa margem de segurança. Isso significa que, se o resultado da análise de um produto der que o prazo é de três meses e 10 dias, por exemplo, a data passada para o consumidor será de três meses.

BAIO, Cintia. Clique Ciência: como funciona o prazo de validade dos alimentos? UOL, 8 mar. 2016.

Disponível em: <<https://www.uol.com.br>>. Acesso em: 13 abr. 2018. (adaptado)

Uma fábrica de alimentos industrializados utiliza a mesma métrica citada no texto para calcular o prazo de validade impresso

na embalagem de seus produtos, considerando um mês com 30 dias e calculando em percentual a redução a ser impressa.

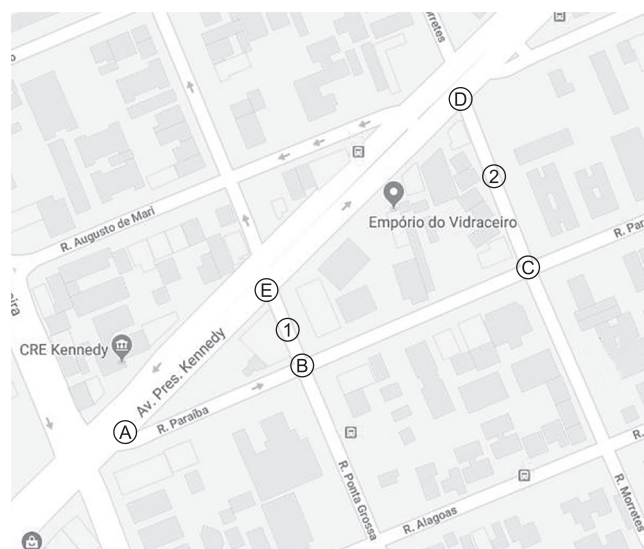
Na análise de certo produto dessa fábrica, determinou-se que ele tem validade de 5 meses e 20 dias.

O prazo de validade que deve ser passado para o consumidor desse produto é

- a) 151 dias.
- b) 153 dias.
- c) 160 dias.
- d) 163 dias.
- e) 168 dias.

Questão 14

O mapa a seguir foi construído na escala 1 : 1 500 e exibe parte da cidade de Curitiba, no Paraná. Os pontos A, B, C, D e E representam esquinas de algumas ruas. No mapa, AC = 15 cm, AB = 6 cm e AE = 8 cm. As ruas 1 e 2 são paralelas.



(Figura fora de escala)

A distância real, em metro, entre as esquinas D e E é igual a

- a) 12.
- b) 18.
- c) 30.
- d) 180.
- e) 300.

Questão 15

Sabe-se que o consumo de alguns remédios deve ser feito a partir de determinado nível de diluição, de modo a diminuir o impacto do medicamento no corpo humano e maximizar sua eficiência. Para tratar um problema de saúde, foi receitado um composto químico que deve ser tomado na proporção de dezesseis partes por milhar em sua diluição em água.

Considerando que um paciente bebeu 0,5 L dessa mistura, a quantidade do composto químico ingerida por ele, em mL, possui valor mais próximo de

- a) 7,9.
- b) 8.
- c) 8,1.
- d) 3,1.
- e) 31,25.

Questão 16

A nova tendência nos casamentos é inserir, no topo do bolo, as miniaturas realistas dos noivos. Esses bonecos são construídos na escala 1:14.

Um casal de noivos que irá encomendar essas miniaturas tem, cada um, 1,82 e 1,68 metro de altura. Então, as alturas dos seus respectivos bonecos serão de

- a) 13 cm e 12 cm.
- b) 14 cm e 13 cm.
- c) 12 cm e 14 cm.
- d) 18,2 cm e 16,8 cm.
- e) 25,48 cm e 23,52 cm.

Questão 17

Uma lata de leite infantil indica que, para cada 30 mL de água, deve ser adicionada uma medida de leite, de modo a deixá-lo na proporção ideal. Em caso de perda do objeto que indica a medida, é necessário que se utilize um método em que uma colher de sopa equivale a 2 medidas.

Encheu-se uma mamadeira com 150 mL de água e adicionou-se quatro colheres de sopa de leite. Sendo percebido um erro na proporção, adicionou-se mais 120 mL de água.

Nessa situação, para que a proporção indicada nas instruções do referido leite seja obtida, é necessário adicionar

- a) 90 mL de água.
- b) 30 mL de água.
- c) 1 medida de leite.
- d) 3 medidas de leite.
- e) 5 medidas de leite.

Questão 18

Patrícia fará uma visita a seus pais que moram em outro município. Em sua última visita, ela gastou 4 horas dirigindo para realizar o trajeto, a uma velocidade média de 60 km/h. Dessa vez, para conseguir participar de um evento familiar, ela pretende fazer o mesmo trajeto em 3 horas e 20 minutos.

Qual deverá ser a velocidade média desenvolvida pelo carro de Patrícia nessa viagem?

- a) 48 km/h
- b) 50 km/h
- c) 60 km/h
- d) 72 km/h
- e) 75 km/h

Gabarito

1. E	10. B
2. D	11. B
3. B	12. A
4. A	13. B
5. D	14. D
6. D	15. B
7. B	16. A
8. C	17. C
9. D	18. D

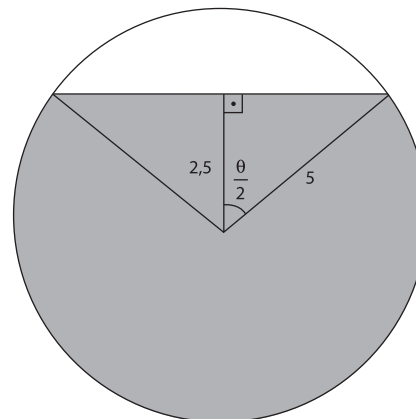
COMENTÁRIOS

1) E

A figura apresenta duas bases quadradas com lados de medidas diferentes (sendo uma maior e uma menor). Além disso, percebe-se a existência de quatro trapézios congruentes (faces laterais). Desse modo, observa-se que a embalagem montada é um tronco de pirâmide.

2) D

A área da base do cilindro na posição vertical corresponde à área do círculo subtraída da área do segmento circular e é dada por $\pi r^2 - \frac{r^2}{2}(\theta - \text{sen } \theta) = \frac{r^2}{2}(2\pi - \theta + \text{sen } \theta)$, sendo θ a medida do ângulo central do setor. De acordo com a figura, tem-se:

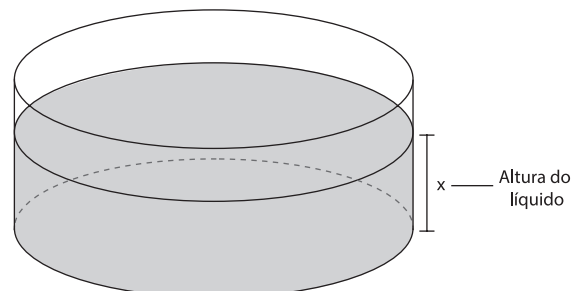


$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

Desse modo, o volume do líquido dentro do cilindro é:

$$V_L = A_b \cdot h = \frac{r^2}{2}(2\pi - \theta + \text{sen } \theta) \cdot h$$

Por outro lado, com o frasco na horizontal, apoiado sobre sua base circular, tem-se a seguinte configuração:



Nessa posição, o volume do líquido é dado por: $\pi r^2 \cdot x$. Assim, tem-se:

$$V_L = \pi r^2 x = \frac{r^2}{2}(2\pi - \theta + \text{sen } \theta) \cdot h \Rightarrow x = \frac{2\pi - \theta + \text{sen } \theta}{2\pi} \cdot h$$

Substituindo os valores $\theta = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ e $h = 1,5$ cm, segue que:

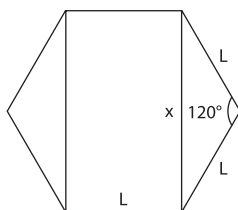
$$x = \frac{2\pi - \frac{2\pi}{3} + \text{sen } 120^\circ}{2\pi} \cdot 1,5$$

$$x = \frac{\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2\pi} \cdot 1,5 = \frac{4 \cdot \cancel{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cancel{\pi} \cdot 2} \cdot \frac{\cancel{\pi}}{2}$$

$$x = \frac{8 + \sqrt{3}}{8} = \frac{9,7}{8} \cong 1,21 \text{ cm}$$

3) B

Observe o hexágono central (menor) na figura.



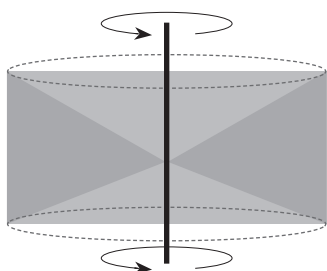
Pode-se aplicar a Lei dos Cossenos para obter a medida x do lado dos hexágonos nos extremos: $x = L\sqrt{3}$. Assim, a área da logomarca é:

$$A = 2 \cdot A_{\text{hexágono}} + A_{\text{retângulo}} = 2 \cdot \frac{6 \cdot x^2 \sqrt{3}}{4} + L \cdot x$$

$$A = 2 \cdot \frac{6 \cdot (L\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} + L \cdot L \sqrt{3} = 10L^2 \sqrt{3}$$

4) A

Como o triângulo será rotacionado em torno da haste e a base é paralela, as condições apresentadas pelo texto apontam que esta é a possibilidade mais provável da projeção vista pelos alunos:



5) D

Quantidade de faces: $F = 12 + 20 = 32$

Quantidade de arestas: $A = \left(\frac{12 \cdot 10 + 20 \cdot 3}{2} \right) \Rightarrow A = 90$

Quantidade de vértices: $V + F - A = 2$

$V + 32 - 90 = 2$

$V = 60$

Soma das medidas dos ângulos internos das faces de um dodecaedro truncado:

$$S_1 = (V - 2) \cdot 360^\circ$$

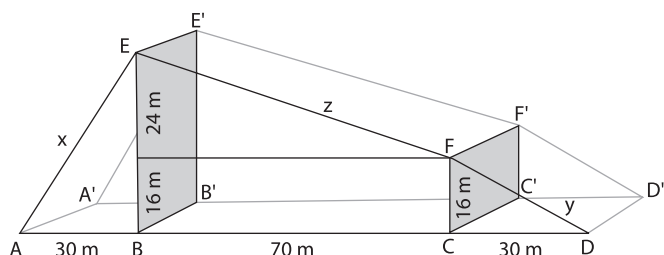
$$S_1 = (60 - 2) \cdot 360^\circ$$

$$S_1 = 58 \cdot 360^\circ$$

$$S = 20 \cdot 880^\circ$$

6) D

Traçando-se um segmento de reta paralelo ao leito do rio e que passa na extremidade da viga menor, tem-se a imagem a seguir.



Aplicando-se o teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos, tem-se:

$$x^2 = 30^2 + 40^2, \text{ logo } x = 50.$$

$$z^2 = 70^2 + 24^2, \text{ logo } z = 74.$$

$$y^2 = 16^2 + 30^2, \text{ logo } y = 34.$$

Assim, a soma dos comprimentos dos cabos representados pelos segmentos AE, EF, FD, A'E', E'F' e F'D' é:

$$2(x + y + z) = 2(50 + 34 + 74) = 316$$

7) B

Sendo o desconto cumulativo para cada unidade acima da primeira, será aplicado um desconto de 19% sobre o preço total das 20 unidades. Logo, o valor total, o desconto concedido e o valor a ser pago são:

$$\text{Valor total: } 20 \cdot 80 = \text{R\$ } 1\,600,00$$

$$\text{Desconto: } 19\% \text{ de } 1\,600 = \text{R\$ } 304,00$$

$$\text{Valor pago: } 1\,600 - 304 = \text{R\$ } 1\,296,00$$

8) C

Pela fórmula do montante para juros compostos, tem-se:

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

$$M = 30\,000 \cdot (1 + 0,008^{24})$$

$$M = 30\,000 \cdot (1,008^{24})$$

$$M = 30\,000 \cdot (1,008^{12})^2$$

$$M = 30\,000 \cdot 1,1^2$$

$$M = 30\,000 \cdot 1,21$$

$$M = 36\,300$$

No entanto, deve-se descontar a taxa de manutenção mensal de R\$ 37,50 durante os 24 meses da aplicação: $37,50 \cdot 24 = 900$. Logo, o montante a ser retirado é $36\,300 - 900 = \text{R\$ } 35\,400,00$.

9) D

Sejam x e y, respectivamente, as quantidades de pacotes A e B a serem comprados. Pelas informações, tem-se $40x + 70y \geq 240$ e deseja-se minimizar o valor de $560x + 800y$. As possibilidades estão a seguir.

Pacotes A	Pacotes B	Total de kits (40x + 70y)	Custo (R\$) (560x + 800y)
6	0	240	3360
5	1	270	3600
3	2	260	3280
1	3	250	2960
0	4	280	3200

Nota-se, portanto, que o menor custo possível é R\$ 2 960,00.

10) B

Considerando-se que, a cada início de hora, o celular recarrega 10% e descarrega 4%, tem-se um aproveitamento de 6% de carga a cada hora do dia. Logo, ao final de 15 horas, será recarregado $15 \cdot 6\% = 90\%$ da bateria, estando com 94% da carga. Considerando-se que, no início da 16a hora, ele colocou o celular para carregar e se, para cada 20 minutos de carga, são recarregados 10% de bateria, para carregar os 6% restantes, seria preciso .

$$\frac{20}{10} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 12 \text{ minutos.}$$

Logo, o celular estará completamente carregado às 22h12min.

11) B

Inicialmente, calcula-se quantos segundos são necessários para a conversão dos 90 arquivos:

$$\frac{1}{90} \frac{\text{min}}{\text{arquivo}} \cdot 12 \text{ s} \Rightarrow x = 90 \cdot 12 = 1080 \text{ s}$$

Como 60 segundos = 1 minuto, tem-se:

$$\frac{60 \text{ s}}{1080 \text{ s}} \frac{\text{min}}{\text{minuto}} \Rightarrow y = \frac{1080}{60} = 18 \text{ min}$$

12) A

Dispondo os dados em rol, tem-se:

14, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 19, 19, 19, 21, 22

A moda desse conjunto é 16, pois é o valor que mais aparece.

A média desse conjunto é dada por:

I. Somam-se todos os valores:

$$1 \cdot 14 + (4 \cdot 15) + (6 \cdot 16) + (5 \cdot 17) + (2 \cdot 18) + (3 \cdot 19) + 21 + 22 = 391$$

II. Divide-se o resultado anterior pelo número de clientes:

$$\frac{391}{23} = 17$$

Já a mediana é o termo central do rol, ou seja, 17.

Dessa forma, tem-se:

$$16 < 17 = 17$$

Assim, moda < média = mediana.

13) B

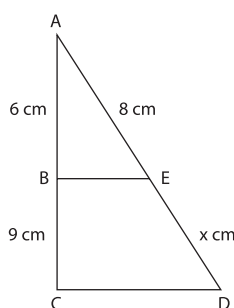
De acordo com o texto, para o produto com validade de 3 meses e 10 dias (ou seja, 100 dias), o prazo repassado ao consumidor é de 3 meses (ou seja, 90 dias). Isso corresponde a uma redução de 10% em relação ao prazo indicado na análise.

Dessa forma, se a validade do produto é de 5 meses e 20 dias (170 dias), haverá uma redução de:

10% de 170 = 17 dias no prazo repassado ao consumidor: $170 - 17 = 153$ dias.

14) D

Como AC = 15 cm e AB = 6 cm, então BC = 9 cm. Dessa forma, tem-se a seguinte disposição:



Aplicando o Teorema de Tales, tem-se:

$$\frac{6}{9} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = \frac{9 \cdot 8}{6} \Leftrightarrow x = 12 \text{ cm}$$

Pela escala, cada centímetro no mapa equivale a 1 500 cm reais, isto é, 15 metros. Portanto:

$$ED = 12 \cdot 15 \text{ m} = 180 \text{ m}$$

15) B

Relacionando a proporção de 16 partes por milhar, informada na questão, com a razão entre o composto químico e o volume da solução, tem-se

$$\frac{16}{1000} = \frac{x}{500} \Rightarrow x = 8.$$

16) A

Usando-se a escala, que é a razão entre o comprimento do desenho e o comprimento real, tem-se:

$$\frac{1}{14} = \frac{x}{182 \text{ cm}} \Rightarrow x = 13 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{14} = \frac{x}{168 \text{ cm}} \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

17) C

Considerando que, para cada 30 mL de água, deve-se adicionar uma medida de leite, então, ao todo, foram colocados 270 mL de água; logo, seriam necessárias 9 medidas. Como já foram colocadas 4 colheres, estas equivalem a 8 medidas, pois cada colher, como diz o texto, é equivalente a duas medidas. Para que a proporção ideal seja garantida, é preciso colocar, então, mais 1 medida de leite.

18) D

Lembrando de que 20 minutos correspondem a $\frac{1}{3}$ de hora,

o tempo que Ana quer levar é de $\frac{10}{3}$ de hora $\left(3 + \frac{1}{3}\right)$.

Assim, o aluno resolve a questão utilizando uma regra de três simples, considerando que as grandezas são inversamente proporcionais:

Horas	Velocidade
4	60
$\frac{10}{3}$	x

Assim, tem-se:

$$60 \cdot 4 = x \cdot \frac{10}{3} \Rightarrow 240 = x \cdot \frac{10}{3} \Rightarrow x = 72 \text{ km/h}$$